Διακριτά Μαθηματικά*

Διδάσκων: Χ. Μπούρας (bouras@cti.gr)
Φροντιστήριο: Β. Μίχος (emichos@ceid.upatras.gr)

*Οι διαφάνειες (πλην αυτών για τις σχέσεις αναδρομής) έχουν παραχθεί σε μεγάλο βαθμό από τη Δρ. Ε. Παπαϊωάννου, την οποία ευχαριστούμε θερμά για τη διάθεσή τους.

Πληροφορίες...

- Ώρες μαθήματος:
  - Πέμπτη 09:00-11:00 ΒΑ Διδασκαλία
  - Δευτέρα 12:00-14:00 ΑΑ Φροντιστήριο
- Ώρες γραφείου:
  - Δευτέρα και Πέμπτη 11:00-12:00 Θεωρία
  - Τρίτη 10:00-11.00 Φροντιστήριο

Και συνάντηση μέσω email.
Αν υπάρχουν τυχόν αλλαγές θα ενημερωθείτε από την ιστοσελίδα του μαθήματος.

Πληροφορίες...

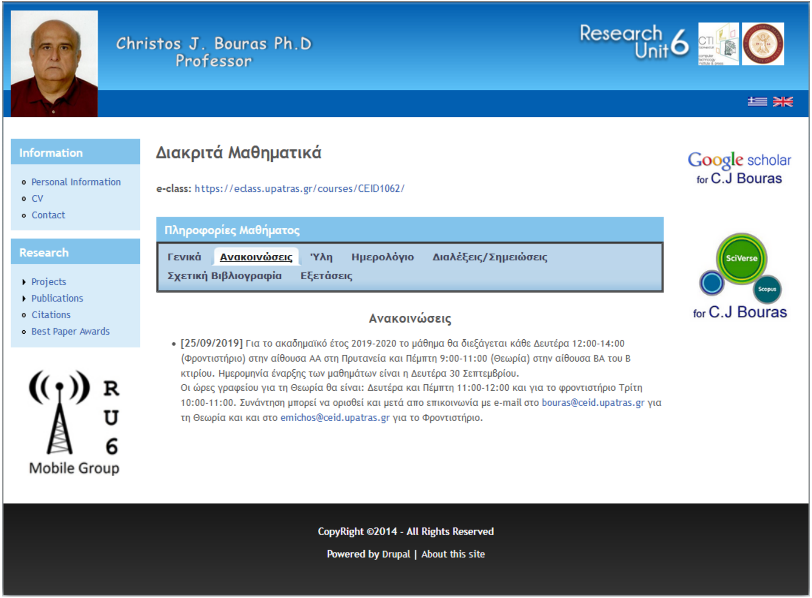
- Σύγγραμμα:
  - ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
    - A Τα Μαθηματικά της Επιστήμης των Υπολογιστών
      Λ. Κυρούσης, Χ. Μπούρας, Π. Σπυράκης
    - B Προβλήματα και Λύσεις
      Γ. Βουτσαδάκης, Λ. Κυρούσης, Χ. Μπούρας και Π. Σπυράκης

    Gutenberg 2008
- Προτεινόμενη βιβλιογραφία:
  - ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ, C.L. Liu, ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΕΣ ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΚΡΗΤΗΣ
- Υποστηρικτικό Υλικό:
  - Στο δικτυακό τόπο του μαθήματος: http://ru6.cti.gr/ru6/bouras/undergraduate-courses/diakrita
  - Στο eclass: https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1062/

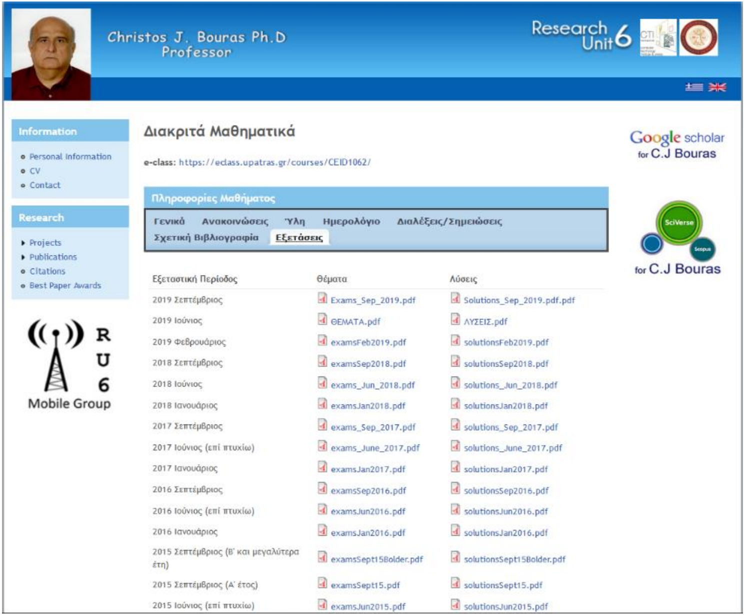
Υποστηρικτικό Υλικό...

- Μπορείτε να βρείτε:
  - Διαλέξεις του μαθήματος
  - Διαλέξεις του φροντιστηρίου
  - Παλιά θέματα εξετάσεων και ενδεικτικές λύσεις
  - Ημερολόγιο του μαθήματος
  - Ανακοινώσεις του μαθήματος

Ανακοινώσεις στο δικτυακό τόπο



Θέματα Εξετάσεων και Λύσεις στο δικτυακό τόπο



Christos J. Bouras Ph.D
Professor

Research Unit 6

Information

- Personal Information
- CV
- Contact

Research

- Projects
- Publications
- Citations
- Best Paper Awards

RU6 Mobile Group

Διακριτά Μαθηματικά

e-class: https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1062/

Πληροφορίες Μαθήματος

Γενικά Ανακοινώσεις Ύλη Ημερολόγιο Διαλέξεις/Σημειώσεις Σχετική Βιβλιογραφία Εξετάσεις

Εξεταστική Περίοδος	Θέματα	Λύσεις
2019 Σεπτέμβριος	Exams_Sep_2019.pdf	Solutions_Sep_2019.pdf.pdf
2019 Ιούνιος	ΘΕΜΑΤΑ.pdf	ΛΥΣΕΙΣ.pdf
2019 Φεβρουάριος	examsFeb2019.pdf	solutionsFeb2019.pdf
2018 Σεπτέμβριος	examsSep2018.pdf	solutionsSep2018.pdf
2018 Ιούνιος	exams_Jun_2018.pdf	solutions_Jun_2018.pdf
2018 Ιανουάριος	examsJan2018.pdf	solutionsJan2018.pdf
2017 Σεπτέμβριος	exams_Sep_2017.pdf	solutions_Sep_2017.pdf
2017 Ιούνιος (επί πτυχίω)	exams_June_2017.pdf	solutions_June_2017.pdf
2017 Ιανουάριος	examsJan2017.pdf	solutionsJan2017.pdf
2016 Σεπτέμβριος	examsSep2016.pdf	solutionsSep2016.pdf
2016 Ιούνιος (επί πτυχίω)	examsJun2016.pdf	solutionsJun2016.pdf
2016 Ιανουάριος	examsJan2016.pdf	solutionsJan2016.pdf
2015 Σεπτέμβριος (Β' και μεγαλύτερα έτη)	examsSept15older.pdf	solutionsSept15older.pdf
2015 Σεπτέμβριος (Α' έτος)	examsSept15.pdf	solutionsSept15.pdf
2015 Ιούνιος (επί πτυχίω)	examsJun2015.pdf	solutionsJun2015.pdf

Google scholar for C.J Bouras

SciVerse Scopus for C.J Bouras

Η ύλη συνοπτικά...

- Στοιχειώδης συνδυαστική
- Γεννήτριες συναρτήσεις
- Σχέσεις αναδρομής
- Θεωρία Μέτρησης Polyá
- Αρχή Εγκλεισμού - Αποκλεισμού

Στοιχειώδης συνδυαστική

- Εισαγωγή
- Ομάδες ίδιων (μη διακεκριμένων) αντικειμένων
- Συνδυασμοί και διατάξεις με επανάληψη
- Υποσύνολα
- Διανομές αντικειμένων σε υποδοχές
- Διωνυμικοί συντελεστές

Κανόνες γινομένου και αθροίσματος

- **Κανόνας αθροίσματος**: Αν ένα γεγονός μπορεί να συμβεί κατά m τρόπους και ένα άλλο γεγονός μπορεί να συμβεί κατά n τρόπους, τότε υπάρχουν $m + n$ τρόποι, κατά τους οποίους ένα από τα δυο γεγονότα μπορεί να συμβεί.

- **Κανόνας γινομένου**: Αν ένα γεγονός μπορεί να συμβεί κατά m τρόπους και ένα άλλο γεγονός μπορεί να συμβεί κατά n τρόπους, τότε υπάρχουν $m \times n$ τρόποι, κατά τους οποίους και τα δυο γεγονότα μπορεί να συμβούν.

Κανόνες γινομένου και αθροίσματος

Στο Τμήμα διατίθενται 7 πρωινά μαθήματα και 5 απογευματινά.

- **Κανόνας αθροίσματος**: Πόσες επιλογές έχει ένας φοιτητής που ενδιαφέρεται να πάρει 1 μόνο μάθημα;
  $7 + 5 = 12$

- **Κανόνας γινομένου**: Πόσες επιλογές έχει ένας φοιτητής για να πάρει 1 πρωινό και 1 απογευματινό μάθημα;
  $7 * 5 = 35$

Διατάξεις (Permutations)

- r αντικειμένων επιλεγμένων από n αντικείμενα χωρίς επανατοποθέτηση:

$$P(n,r) = \underbrace{n(n-1)...(n-r+1)}_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}, n, r \in N$$

- Έχει σημασία η σειρά
- Αντιμεταθέσεις r αντικειμένων: $P(r,r) = r!$

Διατάξεις (Permutations)

- **Παράδειγμα**: Με πόσους τρόπους μπορούμε να προγραμματίσουμε εξέταση 3 μαθημάτων σε 5 ημέρες ώστε να μην πέφτουν δύο μαθήματα την ίδια μέρα;
- **Απάντηση**:
- Μας ενδιαφέρει ποιες θα είναι οι 3 μέρες; Ναι. Άρα θέλουμε μεταθέσεις.
- $$P(5,3) = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

Συνδυασμοί (Combinations)

- r αντικειμένων επιλεγμένων από n αντικείμενα χωρίς επανατοποθέτηση:

$$C(n,r) = \frac{P(n,r)}{P(r,r)} = \frac{n(n-1)...(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \binom{n}{r},$$

$n, r \in N$

- Δεν έχει σημασία η σειρά

Συνδυασμοί (Combinations)

- **Παράδειγμα**: Με πόσους τρόπους μπορούμε να προγραμματίσουμε κατά τη διάρκεια μιας εβδομάδας 3 γεύματα με κρέας;
- **Απάντηση**:
- Μας ενδιαφέρει ποιες θα είναι οι 3 μέρες; Όχι. Απλά διαλέγουμε... Άρα θέλουμε συνδυασμούς.
- $C(7,3) = \dfrac{P(7,3)}{P(3,3)} = \dfrac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$

Πόσοι ακέραιοι υπάρχουν μεταξύ του 100 και του 199 οποίοι έχουν διαφορετικά ψηφία; Πόσοι από τους ακέραιους αυτούς είναι περιττοί;

- Οι ζητούμενοι αριθμοί αποτελούνται από 3 θέσεις στις οποίες το πρώτο ψηφίο είναι 1 και τα άλλα 2 ψηφία προκύπτουν από τις διατάξεις 2 ψηφίων από τα 9 διαθέσιμα (δε συμπεριλαμβάνουμε το ψηφίο 1, που έχει ήδη χρησιμοποιηθεί): $P(9,2) = 9 \cdot 8 = 72$.
- Οι περιττοί αριθμοί θα καταλήγουν σε 3,5,7 ή 9 (αφού έχουν διαφορετικά ψηφία και το 1 αποκλείεται) $\Rightarrow$Για κάθε μία από αυτές τις επιλογές υπάρχουν 8 επιλογές για το μεσαίο ψηφίο $\Rightarrow$Επομένως, συνολικά, υπάρχουν $4 \cdot 8 = 32$ περιττοί ακέραιοι με διαφορετικά ψηφία μεταξύ 100 και 199.

Πόσοι από τους πρώτους 10.000 θετικούς ακέραιους έ διαφορετικά ψηφία;

- Η απάντηση προκύπτει από το άθροισμα των απαντήσεων στις εξής ερωτήσεις:
  - πόσοι είναι οι 4-ψήφιοι ακέραιοι με διαφορετικά ψηφία;

    $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4536$ (όχι 0 στην πρώτη θέση, όχι ό,τι επιλέχθηκε για την πρώτη θέση και το 0 στη δεύτερη, όχι ό,τι επιλέχθηκε για τις δύο πρώτες θέσεις στην τρίτη, όχι ό,τι επιλέχθηκε για τις τρεις πρώτες θέσεις στην τέταρτη).
  - πόσοι είναι οι 3-ψήφιοι ακέραιοι με διαφορετικά ψηφία;

    $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ (όχι 0 στην πρώτη θέση, όχι ό,τι επιλέχθηκε για την πρώτη θέση και το 0 στη δεύτερη, όχι ό,τι επιλέχθηκε για τις δύο πρώτες θέσεις στην τρίτη).
  - πόσοι είναι οι 2-ψήφιοι ακέραιοι με διαφορετικά ψηφία;

    $9 \cdot 9 = 81$ (όχι 0 στην πρώτη θέση, όχι ό,τι επιλέχθηκε για
  - την πρώτη θέση και το 0 στη δεύτερη).

    πόσοι είναι οι 1-ψήφιοι ακέραιοι με διαφορετικά ψηφία; 10
  - Επομένως, συνολικά: 5275