

Τμήμα Μηχανικών Η.Υ. & Πληροφορικής
Εξέταση στο μάθημα ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
Ημερομηνία 2 Φεβρουαρίου 2010

Θέμα 1. (3.5 μονάδες)

- 1.1 Δίνονται n θέσεις στη σειρά και ζητούμενο είναι να τοποθετηθούν k φοιτητές για να γράψουν εξετάσεις ώστε μεταξύ κάθε δύο φοιτητών να υπάρχει μία κενή θέση ($n \geq 2k - 1$). Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί να γίνει αυτό;
- 1.2 Να αποδειχθεί ότι για κάθε φυσικό αριθμό n ισχύει: $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} 2^i = 3^n$

Θέμα 2. (3.5 μονάδες)

- 2.1 Με πόσους τρόπους ένα σύνολο από $r \geq 6$ ίδια αντικείμενα μπορεί να διαχωριστεί σε 3 διαφορετικά υποσύνολα, ανά δύο ξένα μεταξύ τους, ώστε κάθε υποσύνολο να έχει τουλάχιστον 2 αντικείμενα (η ένωση των 3 υποσυνόλων θα περιέχει όλα τα r αντικείμενα);
- 2.2 Ποιος είναι ο συντελεστής του x^{63} στην παράσταση $(1 + x^3 + x^7)^{74}$; Οι ακέραιες λύσεις της εξίσωσης $3i + 7j = 63$ είναι οι $(i, j) \in \{(0, 9), (7, 6), (14, 3), (21, 0)\}$.

Θέμα 3. (4 μονάδες)

- 3.1 Υποθέτοντας ότι η βάση της πυραμίδας παραμένει σταθερή και οι συμμετρίες προκύπτουν μετά από περιστροφή της γύρω από τον κατακόρυφο άξονα, με πόσους τρόπους μπορώ να χρωματίσω τις πλευρές μιας πυραμίδας με 2 χρώματα;
- 3.2 Με χρήση της Αρχής Εγκλεισμού-Αποκλεισμού να υπολογιστεί το πλήθος των μη αρνητικών ακεραίων λύσεων της εξίσωσης $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$, με $x_i \leq 7$, για κάθε i $1 \leq i \leq 4$.

Καλή επιτυχία!
Λευτέρης Κυρούσης
Εύη Παπαϊωάννου