

Τμήμα Μηχανικών Η.Υ. & Πληροφορικής
Εξέταση στο μάθημα ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
Ημερομηνία 29 Αυγούστου 2011
Εξετάστρια: Δρ. Ε. Παπαϊωάννου (ΠΔ407/80)

Θέμα 1. (3.5 μονάδες)

- 1.1 Με πόσους τρόπους μπορούν να διαταχθούν r διαφορετικά αντικείμενα που επιλέγονται από απεριόριστο αριθμό αντικειμένων n διαφορετικών ειδών;
- 1.2 Αποδείξτε ότι για κάθε φυσικό αριθμό n ισχύει: $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} 2^i = 3^n$

Θέμα 2. (3.5 μονάδες)

Ποιος είναι ο συντελεστής του x^{63} στην παράσταση $(1 + x^3 + x^7)^{74}$; Οι ακέραιες λύσεις της εξίσωσης $3i + 7j = 63$ είναι οι $(i, j) \in \{(0, 9), (7, 6), (14, 3), (21, 0)\}$.

Θέμα 3. (4 μονάδες)

- 3.1 Χρησιμοποιώντας το θεώρημα Ρόλγα, υπολογίστε το πλήθος των διαφορετικών χρωματισμών των πλευρών μιας πυραμίδας με 2 χρώματα. Υποθέστε ότι η βάση της πυραμίδας παραμένει σταθερή και οι συμμετρίες προκύπτουν μετά από περιστροφή της γύρω από τον κατακόρυφο άξονα.
- 3.2 Χρησιμοποιώντας την αρχή Εγκλεισμού-Αποκλεισμού, υπολογίστε πόσες τοποθετήσεις των ψηφίων 0,1,2,...,9 υπάρχουν στις οποίες το πρώτο ψηφίο να είναι μεγαλύτερο από το 1 και το τελευταίο ψηφίο να είναι μικρότερο από το 8.

Σημείωση: Στα θέματα 1 και 3, τα επιμέρους ερωτήματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα.

Καλή επιτυχία!