

Τμήμα Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών & Πληροφορικής
Δισκριτά Μαθηματικά
Φεβρουάριος 2003

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3)

Σε απόρρητη αναφορά που έστειλε το Viking από τον Άρη καταγράφεται ότι ανασκαυθήθηκαν κυτταρικές αλυσίδες όπου το φυλετικό χρωματόσωμα του κάθε κυττάρου ανήκει σε έναν από τους τέσσερις τύπους XX, XY, YX ή YY. Παρατηρήθηκε επίσης ότι μία κυτταρική αλυσίδα μπορεί να επιβιώσει αν μεταφερθεί στη γη, εφ' όσον ο συνολικός αριθμός των X στα φυλετικά χρωματοσώματα των κυττάρων της είναι ίσος με μισό του αριθμού των κυττάρων της αλυσίδας (οι αλυσίδες περιέχουν άρτιο αριθμό κυττάρων). Πόσες είναι οι δυνατές κυτταρικές αλυσίδες με $2n$ κύτταρα που μπορούν να επιβιώσουν αν μεταφερθούν στη γη, εφ' όσον ξεχωρίζουμε τα κύτταρα με βάση το φυλετικό τους χρωματόσωμα; (Η αλυσίδα μένει ακίνητη.)

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 1)

Έστω X ένα σύνολο και μ ένα σύνολο απεικονίσεων $f : X \rightarrow \{0, 1\}$. Για κάθε $f \in \mu$, ορίζουμε $I(f) = \{x \in X : f(x) = 1\}$ και για κάθε $x \in X$, ορίζουμε $J(x) = \{f \in \mu : f(x) = 1\}$. Να αποδειχθεί ότι

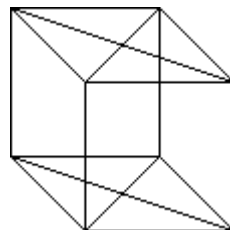
$$\sum_{f \in \mu} |I(f)| = \sum_{x \in X} |J(x)|.$$

ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 3)

Με πόσους τρόπους μπορούμε να επιλέξουμε 11 αντικείμενα από 3 διαφορετικά είδη αντικειμένων ώστε να πάρουμε το πολύ 3, 4 και 5 αντικείμενα από το πρώτο, δεύτερο και τρίτο είδος αντικειμένων, αντίστοιχα. Να υπολογίσετε το ζητούμενο πλήθος (i) με χρήση γεννητριών συναρτήσεων και (ii) με χρήση εγκλεισμού-αποκλεισμού.

ΘΕΜΑ 4 (Μονάδες 3)

Βρείτε το πλήθος των μη ισοδύναμων χρωματισμών με χρήση 3 χρωμάτων των κορυφών του παρακάτω στερεού που στρέφεται ελεύθερα στο χώρο.



Καλή επιτυχία.
Λευτέρης Κυρούσης
Αλέξης Καπόρης