

Τμήμα Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών & Πληροφορικής  
ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι  
Σεπτέμβριος 2003

ΘΕΜΑ 1

Υπολογίστε το γενικό όρο της σχέσης αναδρομής:

$$a_{n+1} = 2a_n + n, n \geq 0, a_0 = 1.$$

ΘΕΜΑ 2

Με συνδυαστικά επιχειρήματα αποδείξτε την παρακάτω σχέση:

$$\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \dots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}.$$

ΘΕΜΑ 3

Με συνδυαστικά επιχειρήματα αποδείξτε την αναδρομική σχέση:

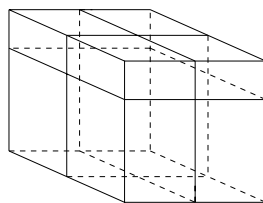
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}.$$

Με τη βοήθεια της παραπάνω αναδρομικής σχέσης και με χρήση γεννητριών συναρτήσεων αποδείξτε ότι:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

ΘΕΜΑ 4

Υπολογίστε τους μη ισοδύναμους τρόπους χρωματισμού με 3 χρώματα των κορυφών του παρακάτω στερεού το οποίο κινείται ελεύθερα στο χώρο. Το στερεό είναι ένας κύβος με χαραγμένες τις επιφάνειες του όπως φαίνεται στο σχήμα. (Φαντασθείτε ότι ο κύβος έχει τμηθεί από τρία επίπεδα: δύο κατακόρυφα και ένα οριζόντιο. Τα δύο κατακόρυφα διέρχονται από το κέντρο του κύβου, ενώ το οριζόντιο όχι.)



Καλή Επιτυχία  
Λευτέρης Κυρούσης  
Αλέξης Καπόρης