

Τμήμα Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών & Πληροφορικής  
Εξέταση στο μάθημα ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι  
Ημερομηνία: 21-9-2006

**Θέμα 1** (μονάδες)

Μερικές φορές μπορεί να χρησιμοποιήσουμε την επαγωγή αντίστροφα, δηλαδή, να ξεκινήσουμε από το  $n$  και να αποδείξουμε το  $n-1$ . Για παράδειγμα θεωρήστε την παρακάτω πρόταση:

$$P(n) : x_1 \cdots x_n \leq \left( \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n} \right)^n, \text{ εάν } x_1, \dots, x_n \geq 0$$

- Θέτοντας  $x_n = (x_1 + \cdots + x_{n-1}) / (n-1)$  δείξτε ότι αν ισχύει  $P(n)$  τότε ισχύει και  $P(n-1)$ .
- Δείξτε ότι αν ισχύει  $P(n)$  και  $P(2)$  τότε ισχύει και  $P(2n)$
- Εξηγήστε γιατί όλα τα παραπάνω αρκούν για να ισχυριστούμε ότι “Το  $P(n)$  ισχύει για κάθε  $n \geq 2$ ”.

**Θέμα 2** (μονάδες)

Βρείτε τον αριθμό των σκακιέρων με διαστάσεις  $2 \times 4$  που αποτελούνται από άσπρα και κόκκινα τετράγωνα. Πόσες διαφορετικές τέτοιες σκακιέρες έχουν 3 κόκκινα τετράγωνα και 5 άσπρα?

(Θεωρούμε ότι η σκακιέρα μπορεί να περιστρέφεται στο χώρο, δηλαδή μπορεί να περιστρέφεται αριστερόστροφα, δεξιόστροφα και να αναποδογυρίζει.)

**Θέμα 3** (μονάδες)

(α) Να αποδείξετε ότι η γεννήτρια συνάρτηση  $A(z)$  της ακολουθείας  $a_k = \binom{m+k}{m}$  είναι

$$A(z) = \frac{1}{(1-z)^{m+1}}$$

(β) Να υπολογίσετε το συντελεστή του  $x^{30}$  στην παράσταση  $(1 + x^4 + x^5)^{100}$

Καλή σας επιτυχία  
Λευτέρης Κυρούσης  
Αλέξης Καπόρης και Χάρης Ευθυμίου